

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ/ΟΥΣΑ :

ΤΑΞΗ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΜΗΜΑ :

ΗΜΕΡ/ΝΙΑ: 4-2-2024

ΟΝΟΜ/ΜΟ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με $x_1 \cdot x_2 \neq 0$. Αν λ_1 και λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντιστοίχως, να αποδείξετε τα παρακάτω
- i) $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$
 - ii) $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$
- A2.**
- i) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ .
 - ii) Ποιός είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που έχει εξίσωση $Bx + Ay + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$;
 - iii) Ποιός είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$;
- A3** Να χαρακτηρίσετε Σ ή Λ κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.
- i) Αν η ευθεία (ε) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία ω με $\hat{\omega} \neq 90^\circ$, τότε ο συντελεστής διεύθυνσής της λ ισούται με $\lambda = \eta\mu\omega$
 - ii) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι εξίσωση ευθείας για κάθε $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$
 - iii) Η ευθεία $(\varepsilon): Ax + By + \Gamma = 0$ τέμνει τον $y'y$ πάντα στο σημείο $K\left(0, -\frac{\Gamma}{B}\right)$
 - iv) Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, 1)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $(\varepsilon): x = 2y + 100$
 - v) Η ευθεία (ε) που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ έχει πάντοτε εξίσωση της μορφής $Ax + By = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(1,1)$, $B(2,2)$ και $\Gamma(3,-1)$.

- B1.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$,
- B2.** Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου από την κορυφή A , να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $A\Delta$.
- B3.** Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM .
- B4.** Να βρείτε το σημείο τομής του ύψους $A\Delta$ και της διαμέσου BM .

Μονάδες 6+6+7+6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, -1)$ και $\vec{\beta} = (0, 2)$ καθώς και τα διανύσματα $\vec{v}, \vec{w}$ για τα οποία ισχύει $\vec{v} + \vec{w} + \vec{\alpha} - \frac{3}{2}\vec{\beta} = \vec{0}$ και $|\vec{v}| = 1$, $|\vec{w}| = 4$.

- Γ1.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v} + \vec{w}$ και να δείξετε ότι $\vec{v} \cdot \vec{w} = 4$
- Γ2.** Να δείξετε ότι $|\vec{v} - \vec{w}| = 3$
- Γ3.** Να βρείτε τη γωνία $\left(\vec{v}, \vec{v} - \vec{w}\right)$
- Γ4.** Να δείξετε ότι $\vec{w} = -4\vec{v}$

Μονάδες 8+6+6+5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η εξίσωση $\lambda^2(2x + y + 1) - \lambda(3x + 6) + x + y - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. (1)

- Δ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) είναι εξίσωση ευθείας, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- Δ2.** Να δείξετε ότι οι ευθείες (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο
- Δ3.** Για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) είναι ευθεία παράλληλη στον $x'x$;
- Δ4.** Να βρεθεί, αν υπάρχει, το λ ώστε η ευθεία (1) να διέρχεται από το σημείο $M(-2, 0)$

Μονάδες 6+8+6+5